



**В. А. ЛАДОВ**

## **Критический анализ иерархического подхода Рассела—Тарского к решению проблемы парадоксов**

### **Введение**

Иерархический подход к решению проблемы теоретико-множественных и семантических парадоксов оформился в рамках традиции аналитической философии в первой половине XX в. Сначала усилиями Б. Рассела была разработана логическая теория типов, которая разрешала парадоксы на уровне выявления корректных форм мышления (логико-математических понятий и способов рассуждений), а затем А. Тарский сформулировал концепцию иерархии метаязыков, которая разрешала парадоксы на уровне выявления корректных способов языковой репрезентации мышления. Главный методологический прием, который используется в иерархическом подходе к решению проблемы парадоксов, состоит в запрете на явление самореферентности (self-reference). Теория типов Рассела расценивает как логически некорректные такие понятия и способы рассуждения, формирование которых опирается на явление самореферентности. Концепция метаязыков Тарского запрещает смешивать объектный язык и метаязык, который сам становится объектным языком для метаязыка следующего уровня. Явление самореферентности в языке возможно только при смешении объектного языка и метаязыка, что в концепции Тарского признается семантически некорректным.

Иерархический подход стал ортодоксальным в логике и философии второй половины XX в. Энциклопедические философские издания в разделах, касающихся логических парадоксов, до сих пор указывают иерархический подход Рассела—Тарского как общепринятый, ясный и приемлемый способ решения парадоксов.

Однако в исследовательской литературе по логике, эпистемологии и философии математики как на протяжении второй половины

XX в., так и в самые последние годы периодически появлялись работы, критикующие иерархический подход в тех или иных аспектах. Тем не менее эти критические исследования были все же спорадическими и слишком разрозненными, чтобы нанести весомый урон авторитету иерархического подхода к решению проблемы парадоксов.

Автор данной статьи ставит перед собой цель аккумулировать в единое целое различные критические аргументы в адрес иерархического подхода, которые были высказаны в исследовательской литературе, чтобы продемонстрировать весомость всего многообразия критических оценок, показать уязвимость иерархического подхода в различных аспектах и, соответственно, поставить под сомнение адекватность данного подхода к решению проблемы парадоксов.

### **Решение проблемы парадоксов с точки зрения иерархического подхода**

В работе «Математическая логика, основанная на теории типов» Б. Рассел рассмотрел следующие парадоксы: парадокс класса всех классов, которые не являются собственными элементами (впоследствии в логической литературе данный парадокс получил название парадокса Рассела); парадокс Бурали-Форти о наибольшем ординале; парадокс отношений; парадокс Лжеца; парадокс Берри; парадокс наименьшего неопределимого ординала; парадокс Ришара.

Рассел утверждал, что все парадоксы подобны между собой по тому основанию, которое и порождает парадоксальный характер данного вида рассуждений. Рассел называет основанием парадоксов явление самореферентности: «У всех указанных выше противоречий (которые суть лишь выборка из бесконечного числа) есть общая характеристика, которую мы можем описать как самореферентность или рефлексивность»<sup>\*</sup>.

Соответственно, решение парадоксов он видит в запрете на самореферентность, на котором и строится теория типов как основание новой логики, свободной от парадоксов.

Парадокс Рассела содержит самореферентность, поскольку проблемным оказывается специфический класс, который содержит себя самого. Соответственно, преодоление парадокса состоит в запрете на образование такого класса.

Парадокс отношения содержит самореферентность, поскольку здесь ставится вопрос об отношении специфического отношения к себе самому. Соответственно, преодоление парадокса состоит в том, что данный вопрос объявляется бессмысленным.

<sup>\*</sup> *Рассел Б.* Математическая логика, основанная на теории типов // Логика, онтология, язык. Томск, 2006. С. 18.

Парадокс Бурали-Форти содержит самореферентность, поскольку проблемным оказывается ординал множества всех ординалов, который должен сам оказаться внутри этого множества. Соответственно, преодоление парадокса состоит в объявлении бессмысленности понятия наибольшего ординала.

Парадокс Лжеца содержит самореферентность, поскольку формулируется в виде высказывания, которое говорит о себе самом. Соответственно, преодоление парадокса состоит в запрете на продуцирование такого высказывания, логический субъект которого представляет собой само это высказывание.

Парадокс Берри содержит самореферентность, поскольку в нем обсуждается число, которое обладает свойством  $S1$ , а также свойством  $S2$ , представляющим собой такое описание свойства  $S1$ , которое противоречит самому этому свойству. В данном случае преодоление парадокса состоит в запрете смешения свойства и его описания, представленного как свойство, в одном объекте.

Парадокс наименьшего неопределимого ординала содержит самореферентность по той же самой причине, что и парадокс Берри, а именно в нем обсуждается ординал, который обладает свойством  $S1$ , а также свойством  $S2$ , представляющим собой описание свойства  $S1$ .

В парадоксе Ришара имеет место ситуация, аналогичная той, что зафиксирована в парадоксе Берри и парадоксе наименьшего неопределимого ординала.

А. Тарский анализирует только парадокс Лжеца, причем в сугубо лингвистическом аспекте, рассматривая данный парадокс даже не на уровне высказываний, которые можно было бы трактовать и как лингвистические, и как логические структуры, а на уровне предложений языка, что однозначно, в представлении Тарского, характеризует парадокс Лжеца как семантический (лингвистический) парадокс. Вот как выглядит формулировка парадокса Лжеца у Тарского:

«Мы дадим очень простую формулировку этой антиномии благодаря Я. Лукасевичу.

Для большей ясности мы будем использовать символ 'с' как печатную аббревиатуру выражения *'предложение, напечатанное на этой странице, в строке 5 сверху'*. Рассмотрим теперь следующее предложение:

*с не является истинным предложением*

(данное предложение в исходном тексте напечатано на прочитываемой странице именно на 5-й строке сверху. — В. Л.).

Принимая во внимание значение символа  $V$ , мы можем эмпирически установить:

(а) *‘с не является истинным предложением’ тождественно с.*

Для взятого в кавычки имени предложения *с* мы вводим разъяснение типа 2) (речь идет о представленном выше в статье А. Тарского разъяснении употребления предиката истины посредством формулировки предположений эквивалентности. — В. Л.):

(β) *‘с не является истинным предложением’ является истинным предложением тогда и только тогда, когда с не является истинным предложением.*

Посылки (а) и (β), взятые вместе, тут же дают противоречие:

*с является истинным предложением тогда и только тогда, когда с не является истинным предложением».*

Причину парадокса Лжеца А. Тарский также видит в явлении самореферентности, которое в лингвистической сфере имеет место в тех языках, где есть возможность формулировать предложения о самих этих языках. Такие языки Тарский называет универсальными языками, указывая на то, что именно в них возникают противоречия: «Семантические антиномии... доказывают, что любой универсальный язык, в котором соблюдаются обычные законы логики, должен быть непоследовательным»<sup>\*</sup>.

Соответственно, способ разрешения противоречивых ситуаций, подобных парадоксу Лжеца, Тарский видит в установлении запрета на универсальный язык. Концепция иерархии метаязыков не допускает явления самореферентности как раз в контексте запрета на универсальный язык. Данная концепция утверждает необходимость «размыкания» языков, недопущения ситуации, при которой язык замыкается на себе и начинает говорить о самом себе.

### **Критические аргументы в адрес иерархического подхода к решению проблемы парадоксов\*\***

Критику в адрес иерархического подхода, высказанную в исследовательской литературе по парадоксам разными авторами, в разное время и в различных контекстах, можно систематизировать и представить в виде упорядоченной классификации типов критических аргументов. Ниже представлена попытка такой классификации.

<sup>\*</sup> *Tarski A. The Concept of Truth in Formalized Languages // Logic, Semantics, Metamathematics. Oxford, 1956. P. 164.*

<sup>\*\*</sup> Эта часть статьи приводится с некоторыми сокращениями (в основном опущены цитаты из работ современных западных логиков относительно критики иерархического подхода, прямо не затрагивающие обсуждение идей Рассела). Полную версию статьи см.: *Ладов В. А. Критический анализ иерархического подхода Рассела-Тарского к решению проблемы парадоксов // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2018. № 44. с. 11–24. — Прим. науч. ред.*

### «Реванш-проблемы» иерархического подхода

Во-первых, иерархический подход к решению парадоксов порождает так называемые «реванш-проблемы». В литературе по парадоксам «реванш-проблемами» (revenge problems) называют ситуации, при которых те или иные предлагаемые решения парадоксов сами оказываются парадоксальными, т. е. сами попадают в те же логические ловушки, которые пытаются преодолеть.

П. Вайс вскоре после появления теории типов опубликовал в журнале «Mind» статью, в которой указывал на проблематичность расселовской концепции. Теория типов Рассела устанавливает запрет на универалистский дискурс в целом. Нельзя говорить обо всем сразу, всегда следует помнить, что какое бы то ни было высказывание может касаться только ограниченной предметной области. Следовательно, и истинностная оценка этого высказывания также не может быть универсальной, она всегда должна релятивизироваться относительно того определенного круга предметов, который охватывается в высказывании. Но как быть с самой формулировкой теории типов? Относится ли она сама только к определенному типу высказываний, охватывающих определенную, ограниченную предметную область, или все же представляет собой пример высказывания того самого универсального характера, запрет на которые она как раз и пытается установить? Если верно первое, то данная теория не охватывает собой все возможные типы высказываний и, значит, допускает существование высказываний таких типов, которые будут руководствоваться иными принципами, отличными от принципа теории типов. Таким образом, данная теория в самом своем утверждении должна допустить собственное отрицание. Если же верно второе, то форма утверждения данной теории вступает в противоречие с ее содержанием: тезис об отсутствии универсальных высказываний формулируется в высказывании, претендующем на статус универсального. В итоге теория типов сама оказывается в логическом тупике.

Американский логик Ф. Фитч указывает на то, что теория типов Б. Рассела сама может быть построена только на основании предпосылки существования универсальной саморферентной концептуальной разработки, запрет на которую она стремилась установить. Если же такую предпосылку исключать, то теория типов в принципе не реализуема. Ф. Фитч утверждает, что теория типов «...не может приписать тип значению слова “тип”, хотя она должна это делать, если эта теория касается всех значений. Проще говоря, нет “порядка” <...> который можно приписать пропозиции обо всех пропози-

циях, поэтому нет порядка, который можно приписать пропозиции, устанавливающей <...> теорию типов» \* <...>

### **Ослабление исследовательского потенциала логики, математики и философии в контексте запрета на самореферентность**

Во-вторых, запрет на самореферентность в мышлении, по мнению определенной группы критиков иерархического подхода, наносит существенный урон исследовательскому потенциалу логики, математики и философии <...>

### **Случайно парадоксальные формы самореферентности**

В-третьих, некоторые мыслители подчеркивают, что парадоксальность определенных форм рассуждений, содержащих самореферентность, не является необходимой, эта парадоксальность эмпирически случайна. Данные формы мысли, содержащие самореферентность, могут к парадоксам приводить, а могут и не приводить, и в таком случае радикализм иерархического подхода Рассела-Тарского, предлагающий полностью запретить самореферентность в мышлении и языке в качестве решения проблемы парадоксов, начинает вызывать сомнения.

Такого рода дискуссии проходят вокруг так называемого «кросс-референциального Лжеца», в котором имеет место опосредованная самореферентность: агент речи Л что-то говорит о суждениях В, а В — что-то о суждениях Л. В результате такого кругового движения суждение Л оказывается замкнутым на самом себе опосредованно, через В. С. Крипке в работе «Очерк теории истины» обсуждает кросс-референциального Лжеца на примере высказывания Смита: «Все, что Джонс говорит об Уотергейте, истинно» и высказывания Джонса: «Все, что Смит говорит об Уотергейте, ложно». Если допустить, что высказывания Смита о Джонсе и Джонса о Смите также относятся к событиям вокруг Уотергейта, то, исходя из предположения, что высказывание Смита истинно, мы должны сделать вывод, что оно ложно, и наоборот <...>

Но даже с такими поправками, когда появляется возможность указать на строгую парадоксальность в ситуации, где имеет место явление самореферентности (в данном случае опосредованной самореферентности), иерархический подход, заявляющий об отказе от самореферентности в принципе, не перестает вызывать серьезные сомнения. Дело в том, что можно сформулировать не просто случай-

\* *Fitch F. Self-Reference in Philosophy. Mind. 1946. № 55 (217). P. 71.*

но парадоксальные, но и необходимо непарадоксальные суждения, опирающиеся на явление самореферентности. И здесь мы подходим к четвертому типу критических аргументов по отношению к иерархическому подходу.

### **Непарадоксальные формы самореферентности**

В-четвертых, существуют такие самореферентные формы мысли и языка, которые вообще не приводят к парадоксам ни при каких обстоятельствах <...>

Таким образом, самореферентность, включающая отрицание, как правило, сразу создает опасность логического тупика для мышления, что демонстрируют указанные фон Вригтом парадоксы. Но рассуждения, основанные на явлении самореферентности, в которых отрицание отсутствует, чаще всего никаких проблем для последовательного мышления не создают.

Однако стоит заменить, что провести четкую демаркационную линию, разделяющую парадоксальные формы самореферентности от непарадоксальных по критерию наличия или отсутствия в них отрицания, все же не удается <...>

Так или иначе, даже оставляя в стороне сложный вопрос о фиксации главной причины образования парадоксов, можно с уверенностью сказать, в противовес иерархическому подходу, что самореферентность как таковая точно не выступает в качестве этой причины, ибо очевидно, что существуют такие примеры самореферентности, которые к парадоксам не приводят в принципе. Иерархический подход Рассела-Тарского оказывается неоправданно радикальным. Вместе с парадоксальными формами самореферентности он запрещает и вполне последовательные самореферентные суждения.

### **Парадокс без самореферентности**

В-пятых, можно сформулировать парадокс, который вообще не содержит самореферентности. Это обстоятельство оказывается еще одним критическим аргументом в адрес иерархического подхода. Защитники иерархического подхода могли бы заявить, что даже если самореферентность как таковая не выступает достаточной причиной возникновения парадоксов, то она является по крайней мере их необходимой причиной. Пусть не всякая самореферентность приводит к парадоксам, но все парадоксы возникают обязательно в самореферентной среде как их необходимом условии, и потому блокировка самореферентности все равно может

быть оправдана как купирование общей, необходимой причины образования парадоксов. В данных условиях формулировка парадокса, который бы в принципе не содержал самореферентность, могла бы разрушить и эту последнюю опору иерархического подхода <...>

### **Иерархический подход с точки зрения здравого смысла**

Наконец, в-шестых, некоторые мыслители, критикуя иерархический подход, выбирают опору на здравый смысл, что во многом характерно для аргументационной стилистики аналитической философии в целом. Утверждается, что иерархический подход попросту не согласуется со здравым смыслом <...>

Если эпистемолог в своей концепции продуцирует высказывание о том, какую истинностную оценку следует давать теоретическим высказываниям, то, в соответствии с иерархическим подходом, при критической оценке данной концепции запрещается ставить вопрос об истинности самого этого высказывания в том же смысле, в каком это высказывание эпистемолога говорит об истинности теоретических высказываний. Очевидно, что данный запрет выглядит по меньшей мере странным с точки зрения здравого смысла, ибо как мы можем всерьез относиться к работе предполагаемого эпистемолога, что-то утверждающего об истинности теоретических высказываний, если даже его собственная концепция, состоящая из такого рода высказываний, уже не подпадает под действие тех тезисов, которые в ней устанавливаются. Разве этот эпистемолог может сказать что-то достоверно истинное о других концепциях, если он не в состоянии высказаться достоверно даже о своей собственной концепции? Решить же данную проблему с помощью методики, которая позволяет просто ее не замечать, — слишком тривиально.

### **Выводы**

Те или иные критические аргументы в адрес иерархического подхода Рассела-Тарского к решению проблемы парадоксов, представленные в данной статье, появлялись в исследовательской литературе в разное время, у разных авторов и порознь не могли существенно повлиять на изменение оценки данного подхода, который до сих пор во многих источниках по философии логики предстает как наиболее известный, ортодоксальный и приемлемый способ разрешения логико-семантических парадоксов. Однако, будучи собранными вместе, эти аргументы, по мнению автора статьи, достигают своего рода «критической массы», при которой

происходит обрушение всей теоретической конструкции. Данные аргументы показывают, что иерархический подход — это слишком искусственный и грубый методологический прием, который неверно диагностирует причины образования парадоксов, вместе с парадоксальными формами рассуждений запрещает непарадоксальные, не позволяет разрешить всех парадоксов и сам оказывается парадоксальным.

